



Olimpiada de Matematică –etapa locală- Galați

13 februarie 2010

Clasa a V-a

Problema 1. Se consideră numerele naturale a, b, c care verifică egalitățile:

$$a \cdot c + b \cdot c = a \cdot b + b^2 \text{ și } a + b = 2010.$$

- a) Să se compare numerele b și c ;
- b) Să se calculeze $2 \cdot a + b + c$;
- c) Să se calculeze $(a^2 + a \cdot b + b^2) \cdot (b^2 - c^2) \cdot (c^2 + a^2)$.

Gusta Constanța, profesor, Galați

Problema 2. Să se determine numerele naturale mai mici decât 5000, care au ultima cifră 7 și sunt de forma $7^m + 6^n$, unde m, n sunt numere naturale.

Guiță Visilina, profesor, Galați

Problema 3. Se consideră numerele naturale $m = 2009^2 + 2009$ și

$n = \text{suma tuturor numerelor de forma } \overline{200c}^{2010}$, unde c este o cifră din sistemul de numerație zecimal.

- a) Să se demonstreze că numerele m și n se divid cu 5;
- b) Să se determine cel mai mare număr natural k astfel încât numărul m să se dividă cu 7^k ;
- c) Să se determine câtul și restul împărțirii numărului m la numărul 2747.

Duma Vasile, profesor, Galați

Problema 4.

a) Să se determine ultimele două cifre ale produsului $1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot 11 \cdot 12 \cdot 13$.

b) Notăm $a = 1 + 1 \cdot 2 + 1 \cdot 2 \cdot 3 + 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 + \dots + 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot 2009 \cdot 2010$.

Să se demonstreze că numărul $a + 2$ nu este pătrat perfect.

Romeo Zamfir, profesor, Galați

Notă. Toate subiectele sunt obligatorii.

Fiecare problemă este notată cu 7 puncte.

Timp de lucru 3 ore.